

# **Zastosowanie teorii wrażliwości w procesie diagnostyki maszyn i urządzeń**

Prof. dr hab. inż. J. Kisilowski

# Plan prezentacji

1. Wstęp – co to jest wrażliwość w ujęciu matematycznym
2. Przekształcenie obiektu rzeczywistego w liniowy model matematyczny
3. Funkcje opisujące właściwości modelu matematycznego
4. Funkcja wrażliwości w relacji do własności modelu
5. Związki funkcyjne, wrażliwości z parametrami
6. Możliwości wykorzystania wrażliwości w diagnostyce maszyn przykład

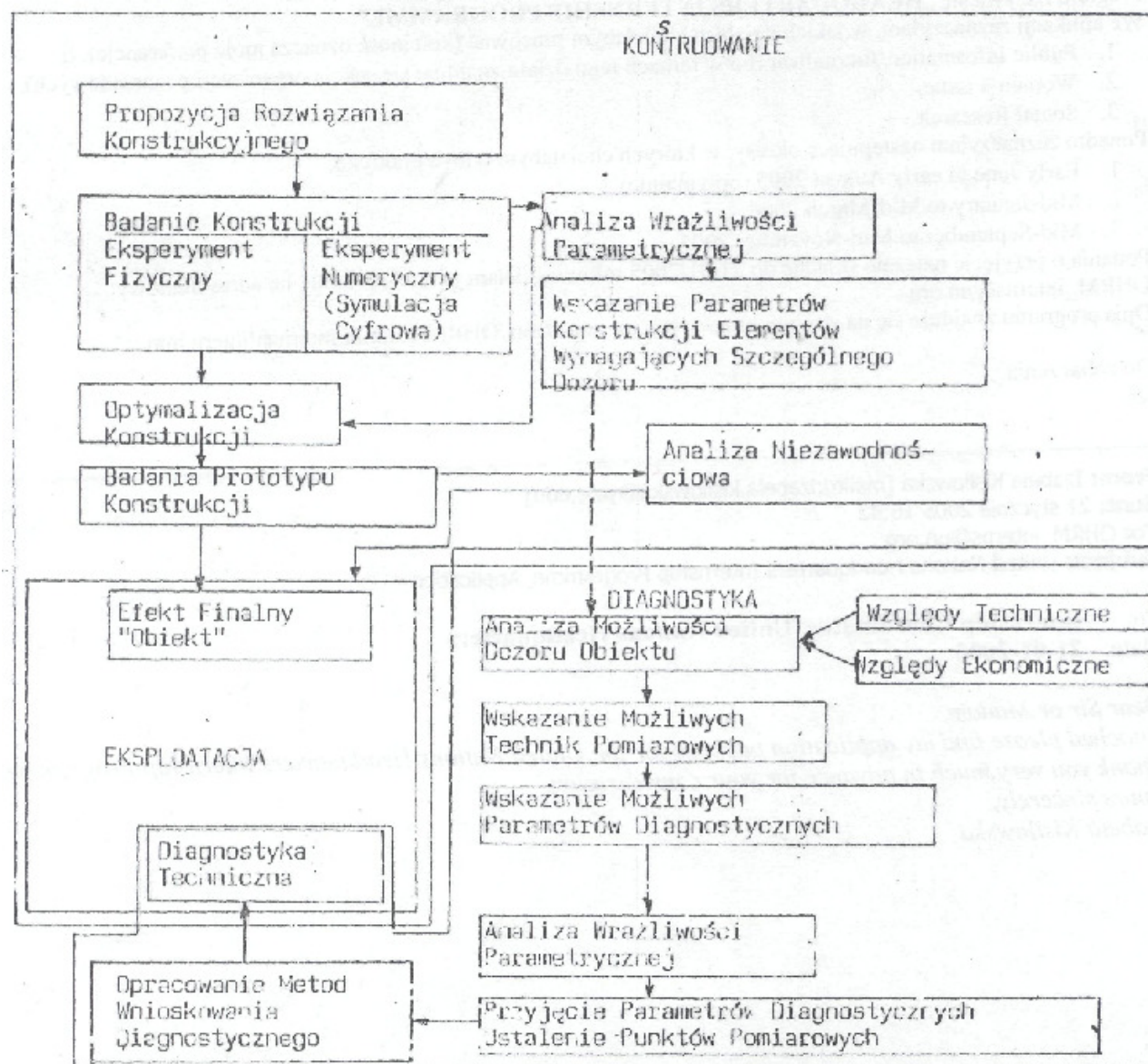
# 1. Wstęp

Wrażliwość ma swój potoczny sens, a w układach automatyki sformułowano podstawowe pojęcia monografii prof. A. Wierzbickiego *Modele i wrażliwość sterowania, Warszawa 1997 WNT*, a dla układów mechanicznych monografie napisało dwóch autorów M. Vukobratovicz i R. Tomowicz *General Sensitivity Theory New York American Elsewies Publishing Company Inc 1972*, J. Kisilowski *Analiza wrażliwości parametrycznej liniowego modelu matematycznego układu mechanicznego, Archiwum budowy maszyn nr 4, 1984 r.*

Zadanie z punktu widzenia matematyki można sformułować (oczywiście upraszczając), że jest to odpowiedź na pytanie jaki parametr ma największy wpływ na określoną cechę układu – maszyny. Taka odpowiedź pozwoli stwierdzić, czy dany parametr – część w maszynie jest sprawna i czy jej własności się zmieniają. Badanie takie wykonuje się wykorzystując różniczki cząstkowe. Strukturę zadania przedstawionego w tytule wykładu obrazuje schemat przedstawiony na rys.1.

Pierwszym etapem będzie określenie jak od obiektu rzeczywistego przejść do modelu matematycznego, oczywiście posługując się przykładem. Posiadając model matematyczny należy wyznaczyć cechy charakteryzujące ten model. Kolejnym zadaniem jest badanie wrażliwości cech liniowych modeli matematycznych na zaburzenia parametrów.

Końcowym fragmentem będzie powiązanie zaburzeń cech ze stanem maszyny i prawdopodobieństwem wystąpienia uszkodzenia.



Rys. 1. Schemat powiązań okresów życia obiektu z diagnostyką techniczną i analizą wrażliwości parametrycznej

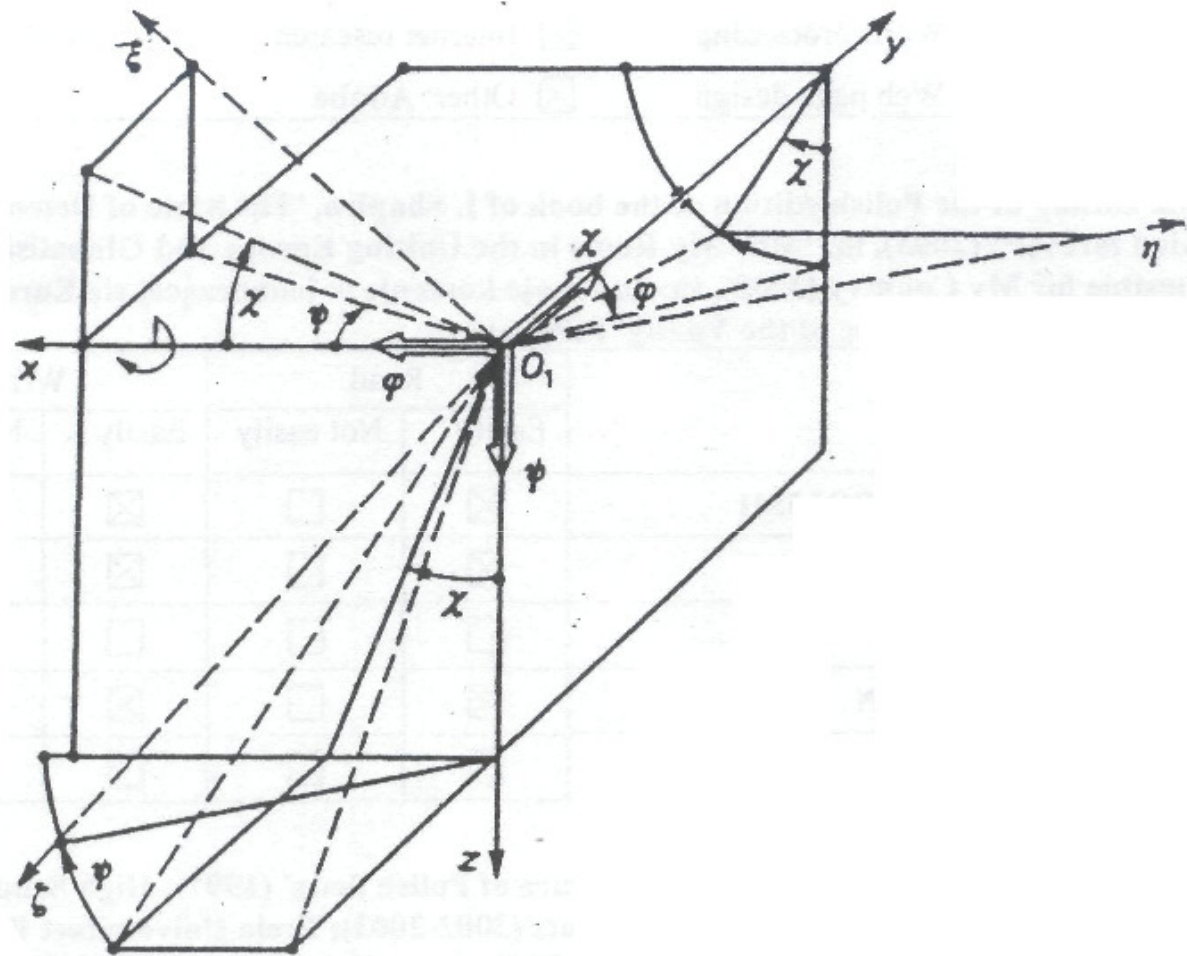
## **2. Przekształcenie obiektu rzeczywistego w liniowy model matematyczny**

Proces przekształcenia maszyny – obiektu rzeczywistego w model matematyczny ma kilka etapów. Zasygnalizuję je bez podawania szczegółów, które są domeną mechaników zajmujących się modelowaniem matematycznym.

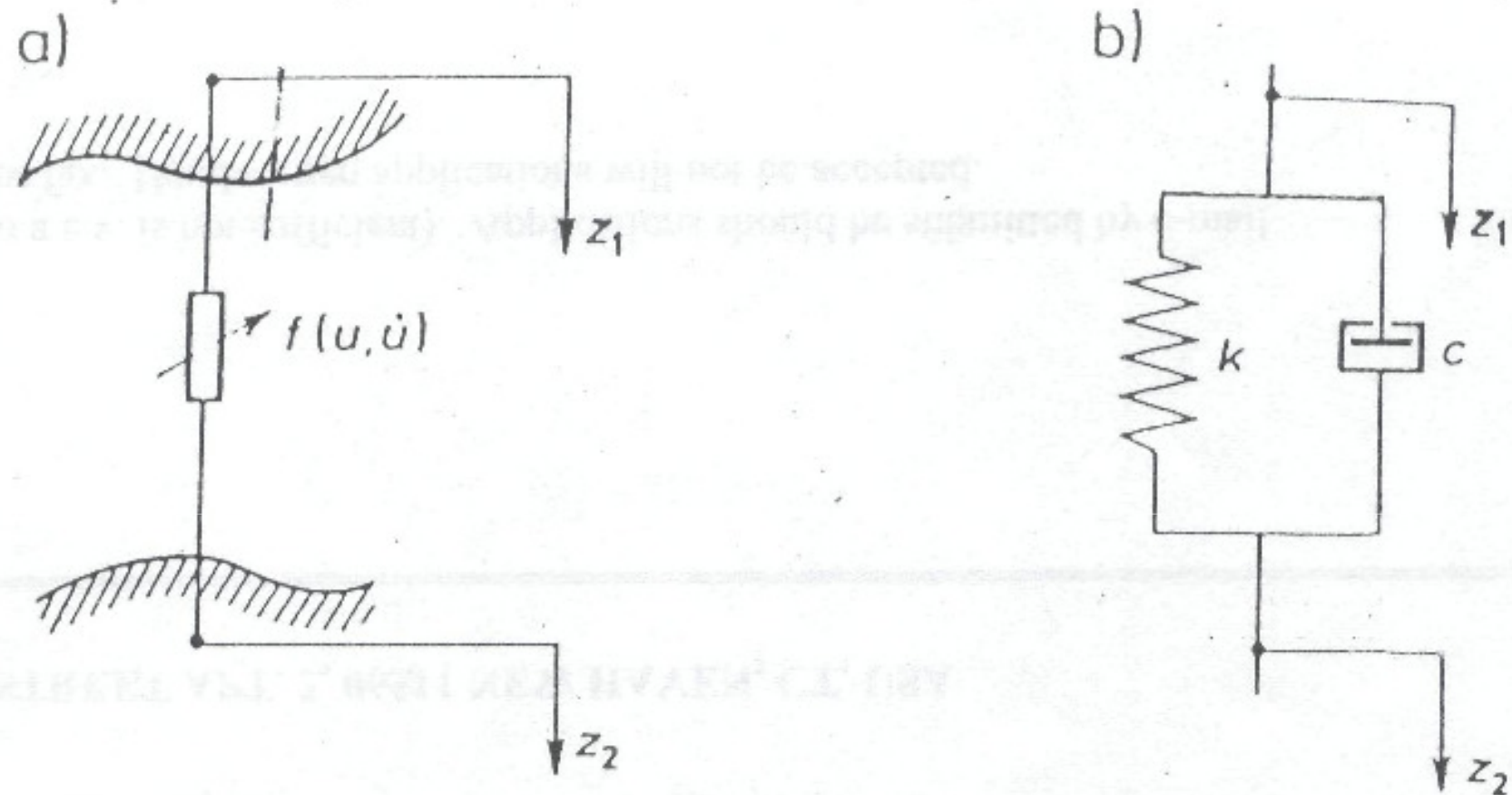
Etap I – to przyjęcie układów współrzędnych, których użyjemy do opisu położenia każdej z brył sztywnych maszyny. Pamiętamy ze szkoły średniej, że liniowe współrzędne definiuje się w prawoskrętnym układzie prostokątnym. Położenie bryły w przestrzeni opisują w przestrzeni trzy współrzędne liniowe i trzy współrzędne kątowe, dla prostoty przyjmujemy, że są to kąty wokół trzech osi układu prostokątnego. Układy współrzędnych przedstawiono na rys. 2.

Następny etap to przyjęcie założeń, że mamy do czynienia tylko z bryłami sztywnymi, a elementy łączące te bryły to łączniki podatne, najczęściej przyjmujemy, że mają one charakterystyki liniowe i są złożone ze sprężyny i tłumika rys. 3. Wszystkie te elementy będą występowały w modelu matematycznym, a ich wielkości odnoszone są do obiektu rzeczywistego. Procedura przejścia z elementów maszyny do łączników nazywa się identyfikacją.

Kolejnym etapem jest przyjęcie ograniczeń, które uniemożliwiają ruch brył w określonych kierunkach. Te ograniczenia w mechanice nazywają się więzami.



Rys. 2. Trzy niezależne kąty  
obrotu  $\varphi$ ,  $\chi$ ,  $\psi$   
względem osi  $O_1x$ ,  $O_1y$ ,  $O_1z$



Rys. 3. Model ogólny i elementarny łącznika podatnego



Posiadając te wszystkie założenia, o których mówiliśmy powyżej możemy napisać równania ruchu mas obiektu. Metody formułowania tych równań są stosunkowo skomplikowane, nie będziemy ich cytować, a napiszemy jedynie nazwy dwóch podstawowych, które stosuje się najczęściej. I tak pierwsza metoda to równania Lagrange'a, lub równania d'Alemberta.

Ogólną postać równań liniowych zapisujemy w postaci macierzowej.

$$A\ddot{\mathbf{q}}(t) + B\dot{\mathbf{q}}(t) + C\mathbf{q}(t) = \mathbf{F}(t), \quad (1)$$

gdzie  $A$ ,  $B$ ,  $C$  są macierzami zawierającymi stałe (masowo-bezwładnościowe, tłumienia, sprężystości),  $\mathbf{q}$  jest wektorem współrzędnych uogólnionych, a  $\mathbf{F}(t)$  jest wektorem wymuszeń. Rozważając ruch swobodny stacjonarnego układu dynamicznego, tzn. przy założeniu, że wektor  $\mathbf{F}$  jest wektorem zerowym, otrzymamy równanie (1) w postaci:

$$A\ddot{\mathbf{q}}(t) + B\dot{\mathbf{q}}(t) + C\mathbf{q}(t) = \mathbf{0}. \quad (2)$$

Wykorzystując proste przekształcenia można układ (2) sprowadzić do postaci:

$$\dot{\mathbf{x}} = G\mathbf{x}, \quad (3)$$

gdzie:

$$G = \begin{bmatrix} -A^{-1}B & -A^{-1}C \\ I & 0_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix},$$

$$\dim A = \dim B = \dim C = \dim I = \dim 0_1 = n \times n, \quad \dim G = 2n \times 2n,$$

$I$  jest macierzą jednostkową,  $0_1$  — macierzą zerową.

Równanie to nazywa się to równaniem stanu, a macierz  $G$  — macierzą stanu.



### 3. Funkcje opisujące właściwości modelu matematycznego

Dla równania stanu (3), wyznaczono (numerycznie) wartości im odpowiadające i wektory własne, które dotyczą modelu matematycznego równanie (2).

Obliczenia wykonano dla parametrów rzeczywistego obiektu. Są to przykładowe dwie funkcje. Funkcji takich można wyznaczyć wiele, a ich przykłady można znaleźć w pracy *Dynamika układu mechanicznego pojazdu szynowego – tor pod red. J. Kisilowskiego, Warszawa 1991, PWN*

Każdą wartość własną możemy przedstawić w postaci

$$\lambda_j = a_j + ib_j \quad (4)$$

gdzie  $a_j$  – współczynnik tłumienia, jeśli wszystkie  $a_j < 0$ , wahania są tłumione, tzn. ruch obiektu jest asymptotycznie stateczny w sensie Lapunowa

$b_j$  – częstość oscylacji o okresie  $T_i = 2\pi/b_j$

W tablicy 1. przedstawiono dla badanego modelu obliczone wartości własne w takiej formie, aby można było z nich łatwo skorzystać. Dla każdej wartości  $\lambda_j$  podano  $a_j$ ,  $b_j$ ,  $f_j$  oraz współrzędne odpowiadającego jej wektora własnego  $k_j$  (część rzeczywistą i urojoną każdej współrzędnej  $k_j^{(i)}$  wektora  $k_j$ ). Z uwagi na fakt unormowania wektorów i wierszy własnych, wielkości te będą liczbami z przedziału  $[0, 1]$ . Każdej współrzędnej  $q_j$  odpowiada kombinacja wartości wektorów własnych co zostało pokazane w tablicy 1. poprzez pionowe przyporządkowanie współrzędnej  $q_j$  wszystkich wartości własnych z odpowiednimi wagami, którymi są wielkości wektorów własnych.

$\lambda_i$	$q_1$		$q_2$		$q_3$		$q_4$		$q_5$		$q_6$		$q_7$		$q_8$	
	$\text{Re}k_1^i$	$\text{Im}k_1^i$	$\text{Re}k_2^i$	$\text{Im}k_2^i$	$\text{Re}k_3^i$	$\text{Im}k_3^i$	$\text{Re}k_4^i$	$\text{Im}k_4^i$	$\text{Re}k_5^i$	$\text{Im}k_5^i$	$\text{Re}k_6^i$	$\text{Im}k_6^i$	$\text{Re}k_7^i$	$\text{Im}k_7^i$	$\text{Re}k_8^i$	$\text{Im}k_8^i$
$-13,1+j475,5$ $f_1=75,7 \text{ Hz}$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,01	0	0,01	0	0	0	0
$-13,1+j475,5$ $f_2=75,7 \text{ Hz}$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,02	0	0,02	0	0	0	0	0
$-13,2+j475,3$ $f_3=75,6 \text{ Hz}$	0,7	0,7	0,7	0,7	0	0,09	0	0,09	0	0	0	0	0,06	0,02	0	0
$-13,2+j475,3$ $f_4=75,6 \text{ Hz}$	0,04	0,01	0,04	0,01	0,7	0,7	0,7	0,7	0	0	0	0	0	0	0,02	0,06
$-1,18+j22,8$ $f_5=3,6 \text{ Hz}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7	0,7	0,7	0,7	0	0	0	0
$-1,4+j18,2$ $f_6=2,9 \text{ Hz}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7	0,7	0,7	0,7	0	0	0	0
$-11,2+j56,1$ $f_7=8,9 \text{ Hz}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7	0,7	0,7	0,7
$-11,2+j56,1$ $f_8=8,9 \text{ Hz}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7	0,7	0,7	0,7

Tab. 1.

## 4. Funkcje wrażliwości w relacji do własności modelu

W relacji do przedstawionych modeli matematycznych można zdefiniować funkcję wrażliwości.

Wrażliwością bezwzględną rzędu 1 nazywać będziemy wyrażenie :

$$u_j^i(\theta, \gamma, \bar{p}) = \frac{\partial y_i}{\partial p_j} \bigg|_{\bar{p} = \bar{p}_0} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

Wrażliwością względną rzędu 1 nazywać będziemy z kolei wyrażenie

$$w_j^i(\theta, \gamma, \bar{p}) = \frac{\partial \ln y_i}{\partial \ln p_j} = \frac{\partial y_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{y_i} \bigg|_{\bar{p} = \bar{p}_0} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

Wprowadza się również określenia wrażliwości pół-względnych :

$$\Omega 1_j^i(\theta, \gamma, \bar{p}) = \frac{\partial \ln y_i}{\partial p_j} \bigg|_{\bar{p} = \bar{p}_0} \quad (7)$$

$$\Omega 2_j^i(\theta, \gamma, \bar{p}) = \frac{\partial y_i}{\partial \ln p_j} \bigg|_{\bar{p} = \bar{p}_0} \quad j = 1, 2, \dots, m$$



Obok pojęcia wrażliwości rzędu 1 (nazywanych dalej po prostu wrażliwościami) wprowadza się pojęcia wrażliwości rzędu drugiego i wyższych np.:

$$U_{jk}^{''i}(\theta, \gamma, \bar{p}_0) = \frac{\partial^2 y_i}{\partial p_i \partial p_j} \bigg|_{\bar{p} = \bar{p}_0} \quad (8)$$

Przedmiotem dalszych rozważań będą wrażliwości rzędu 1. O f-giach  $y_i$  założymy, że są ciągłe względem  $\theta$ ,  $\bar{p}$  i różniczkowalne względem  $\bar{p}$ .

Łącząc z zasadami określonymi poprzednio wprowadzimy f-gję wrażliwości bezwzględnej wartości własnej jako:

$$B_j^i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} \bigg|_{\bar{p} = \bar{p}_0} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, 2n \\ j = 1, 2, \dots, m \end{matrix} \quad (9)$$

oraz funkcję wrażliwości względnej

$$W_j^i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{\lambda_i} \bigg|_{\bar{p} = \bar{p}_0} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, 2n \\ j = 1, 2, \dots, m \end{matrix} \quad (10)$$

Zauważmy, że tak określone wrażliwości są dla ustalonego wektora parametrów liczbami zespolonymi. Przy założeniu jednokrotności wszystkich wartości własnych w pracach [1, 3] podano algorytmy ich liczenia:

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} = \bar{k}_i \frac{\partial G}{\partial p_j} \bar{w}_i \quad (11)$$

gdzie:

$\bar{k}_i, \bar{w}_i$  -  $i$ -ty wektor i wiersz własny

I tak zdefiniujemy następujące miary wrażliwości

$$(12) \quad WH_j = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \left| \frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{\lambda_i} \right|^2}$$

$$(13) \quad WR_j = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \left| \frac{\partial R\lambda_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{R\lambda_i} \right|^2}$$

$$(14) \quad WI_j = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \left| \frac{\partial I\lambda_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{I\lambda_i} \right|^2}$$

gdzie:

$R$  - część rzeczyw.

$I$  - " urojona

$||$  - moduł.



Dla układu o kilkudziesięciu parametrach policzono wrażliwość względną i bezwzględną (tablica 2).

Parametr	Wagon nieobciążony		Wagon obciążony	
	Wrażliwość bezwzględna	Wrażliwość względna	Wrażliwość bezwzględna	Wrażliwość względna
$m$	$1,9 \cdot 10^4$	$4,1 \cdot 10^4$	$1,8 \cdot 10^4$	$4,6 \cdot 10^4$
$m_b$	3,2	22,6	19,0	19,2
$M$	0,2	54,1	0,13	34,1
$C_{zz}$	$10^{-3}$	0,1	$4,0 \cdot 10^{-3}$	0,63
$C_z$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$6,0 \cdot 10^4$	$\cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$
$k_{zz}$	0,15	$10^3$	$2,7 \cdot 10^{-1}$	893,0
$l_v$	3,7	10,7	$2,0 \cdot 10^2$	18,4
$l_{vN}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	47,5	$1,3 \cdot 10^{-3}$	33,2
$m_t$	$1,9 \cdot 10^4$	$6,0 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^4$	$6,6 \cdot 10^4$
$C_t$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$2,9 \cdot 10^{-2}$
$K_t$	0,16	$4,7 \cdot 10^4$	$1,6 \cdot 10^{-1}$	$5,2 \cdot 10^4$
$h_s$	229,0	2,19	$1,2 \cdot 10^3$	4,3
$a_N$	$1,5 \cdot 10^3$	96,0	$6,6 \cdot 10^2$	66,0
$h_b$	$9,5 \cdot 10^4$	133,9	$7,7 \cdot 10^6$	$1,5 \cdot 10^2$
$\Gamma$	$10^4$	21,4	$1,1 \cdot 10^6$	32,8
$l_{yb}$	91,2	618,0	$5,6 \cdot 10^2$	$5,7 \cdot 10^2$
$A$	$2,1 \cdot 10^6$	$1,3 \cdot 10^3$	$6,7 \cdot 10^6$	$6,6 \cdot 10^2$
	bardzo wrażliwy	wrażliwy	Słabo wrażliwy	niewrażliwy
Klasyfikacja	$m$ $k_t$	$k_{zz}$ $m_t$ $l_{yb}$ $a$	$m_b$ $M$ $l_v$ $a_N$ $h_b$ $\gamma$	$C_{zz}$ $C_x$ $H_s$

Tab. 2.

Wykorzystując miary  
wrażliwości wyznaczono  
współczynniki  
wrażliwości dla drgań  
pionowych.

Współczynniki wrażliwości dla drgań pionowych

Parametr	Wagon obciążony		
	$WH_j$	$WR_j$	$WI_j$
$m$	0,659	$0,105 \cdot 10$	0,318
$m_w$	$0,142 \cdot 10^{-2}$	$0,153 \cdot 10^{-2}$	$0,136 \cdot 10^{-2}$
$m_n$	$0,238 \cdot 10^{-1}$	$0,268 \cdot 10^{-1}$	$0,221 \cdot 10^{-1}$
$I_{wy}$	0,184	0,316	$0,243 \cdot 10^{-1}$
$I_{ny}$	$0,227 \cdot 10^{-1}$	$0,229 \cdot 10^{-1}$	$0,225 \cdot 10^{-1}$
$c_{zz}$	$0,120 \cdot 10$	$0,204 \cdot 10$	0,221
$c$	$0,237 \cdot 10^{-3}$	$0,379 \cdot 10^{-3}$	$0,110 \cdot 10^{-3}$
$k_{zz}$	0,162	0,266	$0,600 \cdot 10^{-1}$
$a$	0,447	0,767	$0,659 \cdot 10^{-1}$
$a_n$	$0,458 \cdot 10^{-1}$	$0,463 \cdot 10^{-1}$	$0,455 \cdot 10^{-1}$
$h$	$0,201 \cdot 10^{-1}$	$0,213 \cdot 10^{-1}$	$0,193 \cdot 10^{-1}$

## 5. Związki funkcyjne, wrażliwości z parametrami

Ustalono zależności między parametrami, a wartościami własnymi i współrzędnymi, które przedstawiono w tablicy 3.

W tablicy tej poszczególne wyrażenia znaczą:

- *eigenevalues* – wartość własna,
- *eigenvector* – wektor własny,
- *relative sensitivities* – wrażliwość względna.

Tab. 3.

eigenvalues	$q_1$	$q_2$		$q_i$	$q_n$
	1 - eigen vector	2 - eigen vector		i - eigen vector	n - eigen vector
$\lambda_1$	$k_1^{(1)}$	$k_2^{(1)}$		$k_i^{(1)}$	$k_n^{(1)}$
$\lambda_2$	$k_1^{(2)}$	$k_2^{(2)}$		$k_i^{(2)}$	$k_n^{(2)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\lambda_i$	$k_1^{(i)}$	$k_2^{(i)}$		$k_i^{(i)}$	$k_n^{(i)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\lambda_n$	$k_1^{(n)}$	$k_2^{(n)}$		$k_i^{(n)}$	$k_n^{(n)}$



eigenvalues	Relative sensitivities after				
	$P_1$	$P_2$		$P_j$	$P_m$
$\lambda_1$	$\frac{\partial \lambda_1 p_1}{\partial p_1 \lambda_1}$	$\frac{\partial \lambda_1 p_2}{\partial p_2 \lambda_1}$		$\frac{\partial \lambda_1 p_j}{\partial p_j \lambda_1}$	$\frac{\partial \lambda_1 p_m}{\partial p_m \lambda_1}$
$\lambda_2$	$\frac{\partial \lambda_2 p_1}{\partial p_1 \lambda_2}$	$\frac{\partial \lambda_2 p_2}{\partial p_2 \lambda_2}$		$\frac{\partial \lambda_2 p_j}{\partial p_j \lambda_2}$	$\frac{\partial \lambda_2 p_m}{\partial p_m \lambda_2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\lambda_i$	$\frac{\partial \lambda_i p_1}{\partial p_1 \lambda_i}$	$\frac{\partial \lambda_i p_2}{\partial p_2 \lambda_i}$		$\frac{\partial \lambda_i p_j}{\partial p_j \lambda_i}$	$\frac{\partial \lambda_i p_m}{\partial p_m \lambda_i}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\lambda_n$	$\frac{\partial \lambda_n p_1}{\partial p_1 \lambda_n}$	$\frac{\partial \lambda_n p_2}{\partial p_2 \lambda_n}$		$\frac{\partial \lambda_n p_j}{\partial p_j \lambda_n}$	$\frac{\partial \lambda_n p_m}{\partial p_m \lambda_n}$

## **6. Możliwości wykorzystania wrażliwości w diagnostyce maszyn przykład**

Wykonano obliczenia, które pokazują jakie parametry mają wpływ na które wartości własne, a te są powiązane ze współrzędnymi, czyli można odpowiedzieć, który parametr (a jest ich w badanym modelu 253) wpływa na która częstość. Wyniki obliczeń z tablicy 4 i 5.

Jeśli w układzie rzeczywistym pomierzone są współrzędne i wykonamy analizę w dziedzinie częstotliwości to znajdziemy odpowiedź jak zmienił się dany parametr. Zmieniony parametr możemy potraktować jako symptom określonego stanu maszyny. Można wykorzystując go odpowiedzieć jaki może być czas pracy maszyny do jego uszkodzenia.

Jak widać z przedstawionego rozumowania analiza wrażliwości parametrycznej jest efektywnym narzędziem do oceny stanu maszyny co może być podstawą do określenia składki ubezpieczeniowej. Niestety do chwili obecnej narzędzie to nie jest praktycznie używane.

			k <sub>T21</sub>		c <sub>t13</sub>		k <sub>zz</sub>		
L.P	eigenvalues		number param. = 47		number param. = 30		number param. = 133		
	part RE	part IM	part RE	part IM	part RE	part IM	part RE	part IM	
5	-0.11822D+01	0.30131D+02	0.60340	0.28413	-0.03627	0.00813	-0.03290	0.00814	47.9
7	-0.39437D+01	0.28458D+02	-0.64154	0.22354	0.01138	-0.00018	0.04912	0.00702	45.8
9	-0.38805D+01	0.28551D+02	0.01260	-0.01123	0.01166	-0.00125	0.01915	-0.00436	45.4
11	-0.39620D+01	0.28530D+02	-0.01510	0.00820	-0.01054	0.00374	0.02192	0.01517	45.4
13	-0.39690D+01	0.28542D+02	-0.3545	-0.00895	-0.01030	-0.00684	0.02442	0.00011	45.4
15	-0.11517D+01	0.30225D+02	-0.00238	0.00188	-0.00271	0.01197	-0.00411	0.01197	48.0
17	-0.11523D+01	0.30226D+02	-0.06297	-0.00111	-0.03863	-0.00110	-0.04369	-0.00111	48.0
19	-0.11528D+01	0.30226D+02	-0.01033	0.01397	-0.04356	0.01386	-0.04096	0.01407	48.0
23	-0.18593D+01	0.52867D+02	0.02517	0.00500	0.02510	0.00499	-0.61886	0.51522	8.4
25	-0.15940D+01	0.54164D+02	-0.00417	-0.00270	-0.00421	-0.00271	-0.27004	0.53835	8.6
27	-0.63927D+01	0.40026D+02	-0.00292	-0.00650	-0.00301	-0.00666	1.87280	-0.02743	6.3
29	-0.89366D+01	0.50260D+02	0.00009	-0.00610	-0.00272	-0.00674	-0.02350	0.50424	7.99
31	-0.84776D+01	0.48964D+02	0.00880	-0.00001	0.00466	-0.00080	-0.01898	0.50891	7.8
33	-0.60128D+01	0.30551D+02	0.00193	0.01104	0.00473	0.00084	0.71345	-0.08657	4.8
35	-0.15686D+01	0.25359D+02	-0.07601	0.00114	0.00722	0.00117	1.00480	0.49758	4.02
37	-0.15389D+01	0.14699D+02	-0.06888	0.02939	0.01274	0.02941	0.99737	0.52587	2.32
41	-0.47295D+01	0.42321D+02	-0.00653	0.00125	0.00655	0.00126	0.00632	0.00128	0.06
49	0.00000D+00	0.13490D-10	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	0.00000	0.002

Tab. 4.



	Y <sub>1</sub>		Y <sub>2</sub>		Y <sub>3</sub>				
L.P	eigenvalues		eigenvector no 1		eigenvector no 2		eigenvector no 3		
	part RE	part IM	part RE	part IM	part RE	part IM	part RE	part IM	
5	-0.11822D+01	0.30131D+02	-0.0007	0.0000	-0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	47.9
7	-0.39437D+01	0.28458D+02	-0.0007	0.0000	-0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	45.2
9	-0.38805D+01	0.28551D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	45.4
11	-0.39620D+01	0.28530D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	45.0
13	-0.39690D+01	0.28542D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	45.4
15	-0.11517D+01	0.30225D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	48.0
17	-0.11523D+01	0.30226D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	48.0
19	-0.11528D+01	0.30226D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	48.0
23	-0.18593D+01	0.52867D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	8.4
25	-0.15940D+01	0.54164D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	8.6
27	-0.63927D+01	0.40026D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.3
29	-0.89366D+01	0.50260D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.99
31	-0.84776D+01	0.48964D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.8
33	-0.60128D+01	0.30551D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4.8
35	-0.15686D+01	0.25359D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4.02
37	-0.15389D+01	0.14699D+02	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.32
39	-0.63001D+01	0.00000D+00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
41	-0.47295D+01	0.42321D+02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.06
49	0.00000D+00	0.13490D-10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.02

Tab. 5.